EXERCICE TERMINALE BAC PRO
Trigonométrie : formule des sinus

FICHE PROFESSEUR

L'idée est de retrouver la formule des sinus dans un premier temps puis de trouver avec les élèves une démonstration en passant par le triangle rectangle. La troisième partie (que l'on n'a pas de le temps d'effectuer sur une séquence d'une heure avait pour but de faire des rappels sur le produit scalaire et de faire un pont entre ce cours de trigonométrie et le cours suivant qui est le produit scalaire dans l'espace.

Les élèves commencent seuls la première partie, sans consigne particulière, une mise en commun est convenue pour la question 1-5.

PREMIÈRE PARTIE : Découverte de la relation complète

Question 1-1 : Comment appelle-t-on ce cercle pour le triangle (ABC) ?

Le cercle circonscrit au triangle ABC .

Question 1-2 : De quelles droites caractéristiques de (ABC), le centre O du cercle est-il le point d'intersection ?

Le point d'intersections des médiatrices (il y a ici la possibilité de faire des rappels rapides sur les autres droites particulières d'un triangle et le nom de leurs points d'intersection).

Question 1-5 : Que pouvez-vous dire de l'ordre de grandeur des valeurs obtenues pour les rapports de la question précédente ?

Les valeurs obtenues ont le même ordre de grandeur.

Question 1-6 : Comparez vos résultats avec celui de vos camarades. Quel est l'élément commun à toutes vos constructions ? Proposez une formule pour la relation des sinus.

Il est intéressant de faire constater aux élèves à ce moment là, qu'avec des choix de points différents tous obtiennent des valeurs égales pour les rapports. Il faut donc leur faire trouver quelle est la caractéristique de leur dessin qui est commune. Le rayon est alors évoqué, il faut donc leur faire proposer une hypothèse qui inclurait le rayon.

Question 1-7 : Vérifiez votre hypothèse de la question 1-6 à travers un autre exemple (reprendre les questions 1-3 et 1-4).

Il faut maintenant « éprouver » la formule proposée en se plaçant dans un cas de figure où le rayon prend une valeur différente. On suggérera à chaque élève de prendre une valeur différente. Il est également possible de discuter avec les élèves des éventuelles difficultés de calculs que peut engendrer cette formule (cas particulier de sinus nul si les trois points sont alignés ou si deux points sont confondus).

Cette deuxième partie peut se faire sans le document en réfléchissant avec les élèves sur la démonstration à partir de leurs idées.

S'ils n'ont aucune idée, on peut se contenter de proposer le point A_1 puis voir avec eux les propriétés du triangle obtenu : triangle rectangle, assimilation du diamètre et de l'hypoténuse, expression simplifiée pour le sinus et le cosinus en fonction des longueurs des côtés.

DEUXIÈME PARTIE : Démonstration de la relation complète

Question 2-2 : Ce résultat était-il prévisible ? A quelle propriété géométrique fait-il référence ?

L'angle est le même que dans la première partie. L'angle issu d'un point du cercle qui intercepte la même corde est constant.

Question 2-3 : En vous aidant de la définition du sinus d'un angle (le sinus de l'angle est égal à la longueur du côté opposé divisée par la longueur de l'hypoténuse) exprimer sin A_1 en fonction du rayon R du cercle et de la longueur a.

sin $\hat{A}_1 = \frac{a}{2R}$

Question 2-4 : En déduire la relation découverte dans la première partie.

Comme $\hat{A} = \hat{A}_1$ on transforme la formule et on retrouve la formule de la première partie.

TROISIÈME PARTIE : Vérification des résultats à l'aide du produit scalaire.

Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{A_2B_2}$ et $\overrightarrow{A_2C_2}$.

Calculer les longueurs a_2, b_2 et c_2.

Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{A_2B_2} \bullet \overrightarrow{A_2C_2}$

Déduire de ces deux résultats la valeur de l'angle $\widehat{A_2}$.

Vérifier la relation établie dans la première partie.