Voici une leçon conçue avec l'aide de jeunes professeurs de LP, dans le cadre d'une action Mafpen, et expérimentée avec des élèves de 2nde.

PARITÉ D'UNE FONCTION

Activité préliminaire 1 :

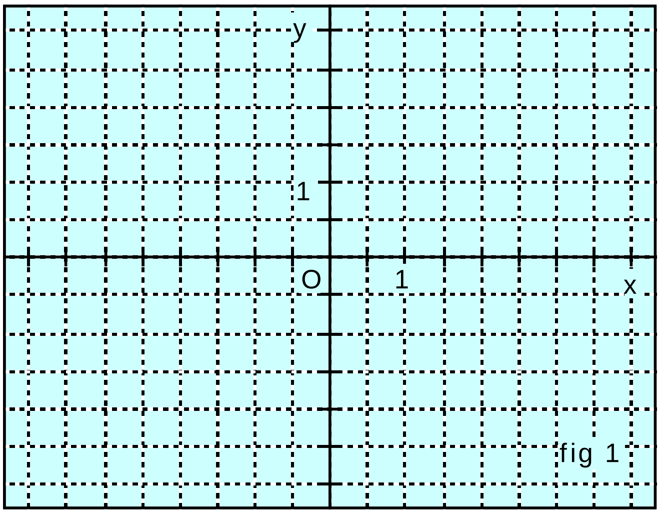
Soit la fonction f de la variable x, définie par $f(x) = 2x - 1$ sur $\mathbb{R}$.
1. Calculer f(0), f(2) et f(-1).

....

....

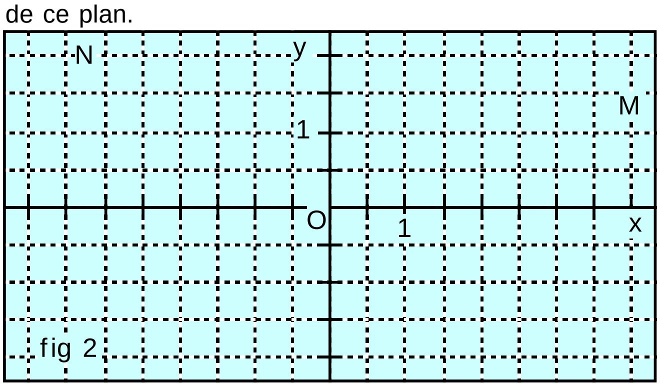
....

2. Soit en figure 1, le plan muni d'un repère orthogonal. Tout point M de ce plan a pour coordonnées (x;y) avec y = f(x), f étant la fonction définie précédemment.
Placer en figure 1, les trois points M_1, M_2 et M_3 d'abscisses respectives 0 , 2 et -1.



Activité préliminaire 2 :

Soit en figure 2, le plan muni d'un repère orthogonal.
Soit deux points M et N de ce plan.



1. Déterminer graphiquement quelles semblent être les coordonnées de ces points : M (;), N (;).
2. a. Construire, en figure 2, les points M_1 et N_1, symétriques des points M et N, par rapport à l'axe des ordonnées.
b. Déterminer graphiquement quelles semblent être les coordonnées des points M_1 et N_1 : M_1 (;), N_1 (;).
c. Comparer les coordonnées des points M et M_1 d'une part , et des points N et N_1 d'autre part.

....

....

3 a. Construire, en figure 2, les points M_2 et N_2, symétriques des points M et N, par rapport au point O.

b. Déterminer graphiquement quelles semblent être les coordonnées des points M_2 et N_2 : M_2 (;), N_2 (;).

c. Comparer les coordonnées des points M et M_2 d'une part , et des points N et N_2 d'autre part.

....

....

<u>Activité 3 :</u> étude de la parité de la fonction f de la variable x, définie sur l'intervalle [-3;3] par $f(x) = x^2-1$.

1.a. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2,5	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	2,5	3
$y=f(x)$											

***!!!!!Attention** : ne pas oublier de taper des parenthèses autour des nombres négatifs à la calculatrice.*

b. Comparer f(-1) et f(1) puis f(-2) et f(2).

....

....

c. Proposer une relation mathématique liant $f(-x)$ et $f(x)$, x étant un réel de l'intervalle [-3;3].

....

d. Vérifier cette relation pour différentes valeurs de x de l'intervalle [-3;3].

....

....

....

....

2. On appelle Cf la représentation graphique de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.
Soit $M(x;y)$ un point quelconque de Cf.

a. Grâce à l'activité préliminaire 2, prévoir la position du point M', d'abscisse $-x$, par rapport à celle du point M.

....

....

b. "En figure 3, est tracée la représentation graphique de f sur l'intervalle [0;3]".
Cette affirmation est-elle vraisemblable?

....

c. Compléter, en figure 3, grâce à la réponse faite en question 2.a ci-dessus, la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle [-3;3].

Une fonction, qui comme la fonction f, vérifie la relation 3-1.c, est qualifiée de ....

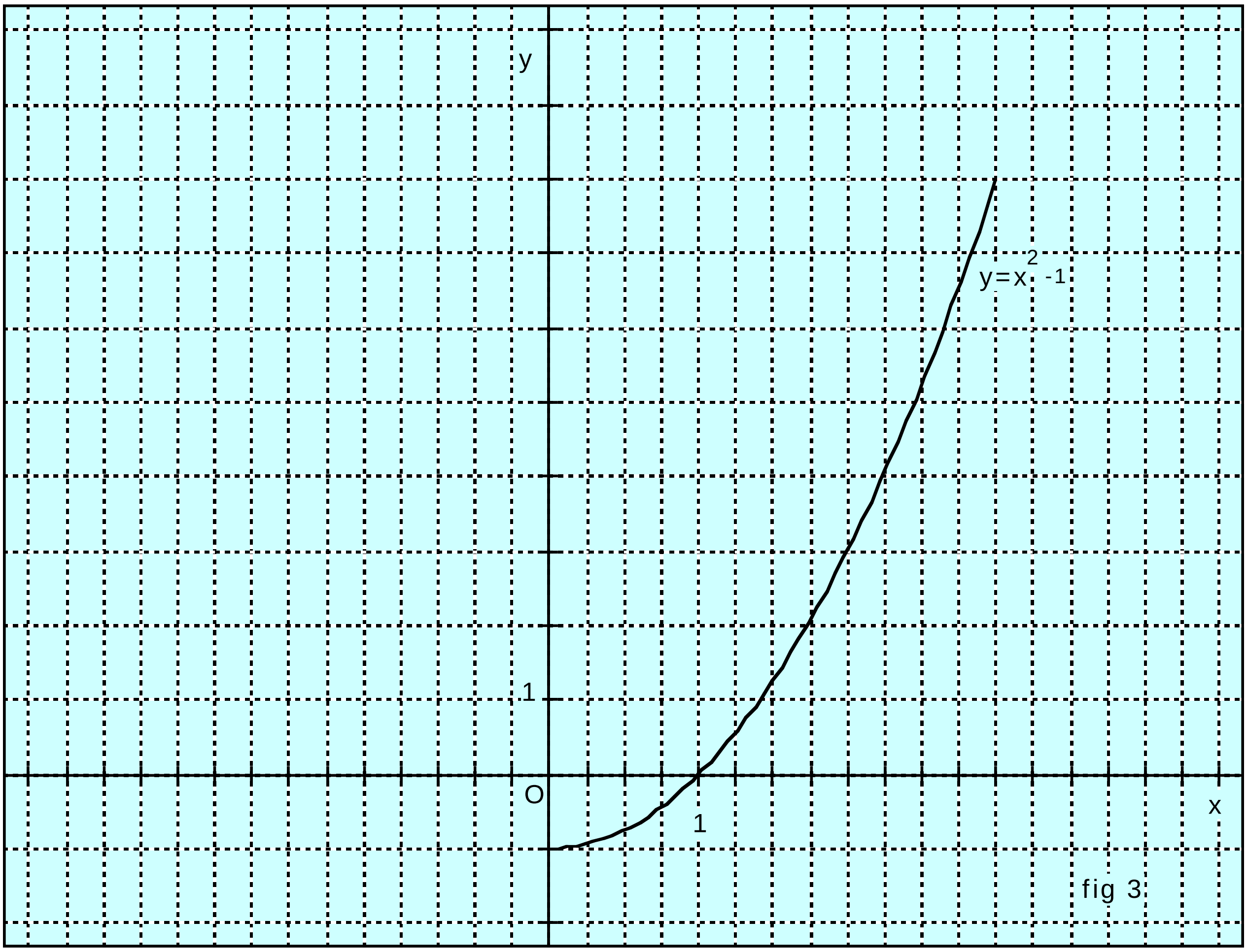


fig 3

Activité 4 : étude de la parité de la fonction g de la variable x, définie sur l'intervalle [-3;3] par g(x) = 0,5x^3.

1.a. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	- 3	- 2 , 5	- 2	- 1	- 0 , 5	0	0 , 5	1	2	2 , 5	3
y = f (*x*)											

***!!!!!Attention** : ne pas oublier de taper des parenthèses autour des nombres négatifs à la calculatrice.*

b. Comparer g(-1) et g(1) puis g(-2) et g(2).

....

....

c. Proposer une relation mathématique liant g(-x) et g(x), x étant un réel de l'intervalle [-3;3].

....

d. Vérifier cette relation pour différentes valeurs de x de l'intervalle [-3;3].

....

....

2. On appelle *C*g la représentation graphique de la fonction g dans le plan muni d'un repère orthogonal.
Soit M(x;y) un point quelconque de *C*g.

a. Grâce à l'activité préliminaire 2, prévoir la position du point M', d'abscisse -x, par rapport à celle du point M.

....

....

b. "En figure 4, est tracée la représentation graphique de g sur l'intervalle [0;3]".
Cette affirmation est-elle vraisemblable?

....

....

....

c. Compléter, en figure 4, grâce à la réponse faite en question 2.a page précédente, la représentation graphique de la fonction g sur l'intervalle [-3;3].

Une fonction, qui, comme la fonction g, vérifie la relation 4-1.c est qualifiée d' ....

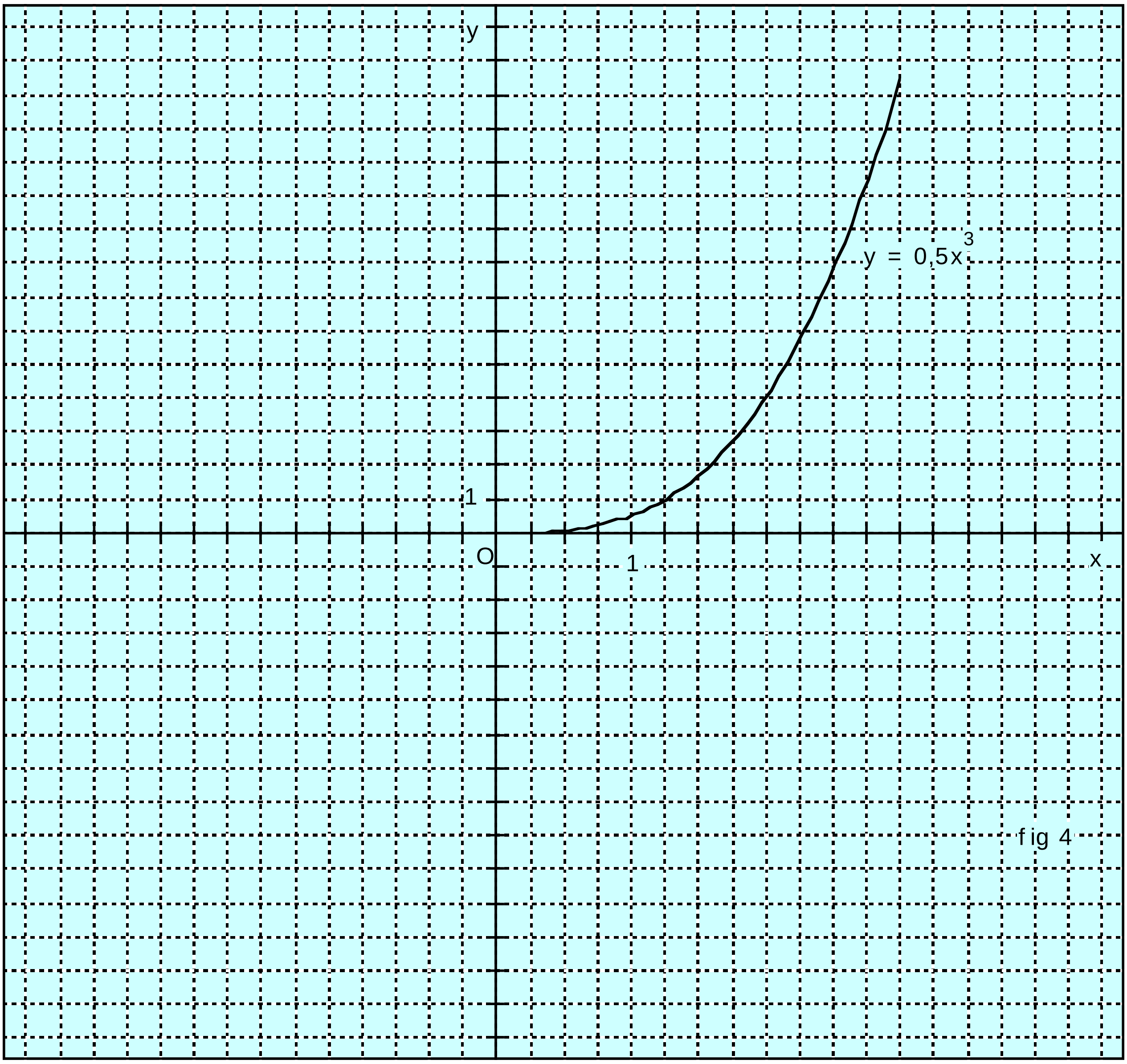


fig 4

SYNTHESE COLLECTIVE

À cette étape du chapitre, il semble interessant de demander oralement aux élèves s'il leur parait possible qu'une fonction puisse être ni paire ni impaire, pour leur faire écrire la remarque qui suit.

Remarque : à propos de la représentation graphique d'une fonction ni paire ni impaire.

....

....

....

Exemples.

1. Compléter en figure 5, les représentations graphiques des fonctions f, g, et k, définies sur [-2 ; 2], telles que f soit paire, g soit impaire et k soit ni paire ni impaire.

2. Soient les fonctions f, g et h de la variable x, définies sur [-4;0[U]0 ; 4] par $f(x) = 2x^4 - 3$, g(x) = **{**
}
INCORPORER "Equation" * fusionformat
et $h(x) = x + 2$.

a. Exprimer f(-x), g(-x) et h(-x).

....

....

....

....

b. Comparer les expressions obtenues à f(x), g(x) et h(x) et conclure.

....

....

....

....

Exercices

1. Soit f une fonction de la variable x, paire, définie sur [-4 ; 4] . Sa représentation graphique est donnée en figure 6 sur [-4 ; 0] :

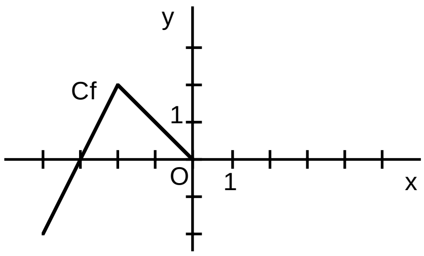


fig 6

Compléter $\mathcal{C}$f sur [-4 ; 4].
Déterminer graphiquement f(-4), f(-2), f(0), f(2), f(4).
À quel intervalle appartient f(x) si $-2 \leq x \leq 2$?

2. Déterminer par le calcul si les fonctions numériques de la variable x suivantes f et g sont paires, impaires ou ni paires ni impaires.

a.	$f(x) = 3x$ sur R	$g(x) = -2x+1$ sur R
b.	$f(x) = 2$ sur R	$g(x) = 2x^2$ sur R
c.	$f(x) = 3x^2+1$ sur R	$g(x) = -x^2-2x$ sur R
d.	$f(x) = 0{,}5x^2-x+2$ sur R	$g(x) = x^3 -1$ sur R
e.	$f(x) = 2x^3-3x$ sur R	$g(x) = -x^3+2x^2+3$ sur R
f.	$f(x) = 2/x$ sur R^*	$g(x) =1/x^2$ sur R^*
g.	$f(x) = (2-x)/(x-1)$ sur R-{-1}	$g(x) = (x^2+1)/x^3$ sur R^*

3. Parties paire et impaire d'une fonction.
Soit f la fonction de la variable x, définie sur$_r$ par $f(x) = 2x^2-3x+1$.

a. Déterminer par le calcul la parité de f.
b. On pose $g(x) = [f(x)+f(-x)]/2$ et $h(x) = [f(x)-f(-x)]/2$. Calculer g(x) et h(x).
c. Étudier la parité de g(x) et de h(x).