

Cette activité se fait dans le cadre d'un P.P.C.P. en liaison avec le professeur d'électrotechnique, en classe de baccalauréat professionnel EIE. Le but est la mise en évidence de l'utilité des mathématiques dans le domaine professionnel.

Le travail a deux objectifs, d'une part faire des démonstrations abstraites de certaines formules utilisées en électricité, d'autre part proposer des montages électriques permettant la vérification de ces formules et une interprétation physique du calcul.

## THÈME

### APPLICATION DE LA NOTION D'INTÉGRALE DANS LE DOMAINE ÉLECTRIQUE.

#### A) CALCUL DE LA VALEUR MOYENNE D'UN SIGNAL ÉLECTRIQUE

#### I) CAS D'UNE TENSION ALTERNATIVE SINUSOÏDALE

Soit  $u$  une tension électrique fournie par un G.B.F. dont l'expression en fonction du temps est :

$$u(t) = U_M \sin \omega t \quad \text{avec} \quad U_M \quad \text{la valeur maximale}$$

$\omega$  la pulsation

$t$  le temps

$u(t)$  la valeur instantanée

- 1) Donner l'allure de la représentation graphique de la fonction  $u$  sur l'intervalle  $[0; T]$ ,  $T$  étant la période du signal.
- 2) Donner la formule liant la pulsation  $\omega$  et la période  $T$ .
- 3) En déduire que le produit  $\omega.T$  est constant. Préciser sa valeur.
- 4) Soit  $f$  une fonction définie et continue sur l'intervalle  $[a; b]$ . On appelle valeur moyenne de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[a; b]$  le nombre  $\bar{f}$  tel que :

$$\bar{f} = \frac{1}{(b-a)} \int_a^b f(t) dt$$

- a) Calculer la valeur moyenne de la tension  $u$  sur l'intervalle  $[0; T]$ .
- b) Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.
- c) Proposer un montage électrique permettant la mesure de cette valeur.
- d) Conclure.

## **I) CAS D'UN SIGNAL REDRESSÉ**

Les opérations de redressement et de filtrage (éventuellement de stabilisation) ont pour but la transformation d'une tension alternative (c.a.d. périodique et de valeur moyenne nulle) en une tension sensiblement continue.

### **α) Redressement simple alternance**

- 1) Proposer un montage électrique permettant un redressement simple alternance de la tension  $u$  étudiée dans la partie A, ainsi que la visualisation de la tension  $u_R$ ,  $u_R$  étant la tension aux bornes du résistor.
- 2) Expliquer le rôle de chaque dipôle composant ce circuit.
- 3) Donner l'allure de la tension  $u_R$  sur l'intervalle  $[0;T]$ .
- 4) En utilisant les formules indiquées dans la partie A, calculer la valeur moyenne de la tension  $u_R$  sur l'intervalle  $[0;T]$ .
- 5) Comparer ce résultat à celui trouvé dans la question 4.a).
- 6) Proposer un montage permettant la vérification de ce résultat.

### **β) Redressement double alternance (pont de Graetz)**

- 1) Proposer un montage électrique permettant la réalisation et la visualisation d'un redressement double alternance de la tension  $u$ .
- 2) Donner l'allure de la tension  $u_R$  sur une période  $T$ .
- 3) Comparer ce résultat à celui trouvé à la question 4 du paragraphe précédent.
- 4) Vérifier expérimentalement ce résultat.

## **B) CALCUL DE LA VALEUR EFFICACE D'UNE TENSION ALTERNATIVE:**

### **Objectif:**

Démontrer et vérifier la relation  $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

### **Travail à faire:**

#### **1<sup>re</sup> partie**

On considère la tension  $u$  définie par la formule:

$$u(t) = U_{max} \sin \omega t$$

- 1) Donner la relation liant la pulsation  $\omega$  et la période  $T$  d'un signal.
- 2) En déduire que le produit  $\omega.T$  est constant. Préciser sa valeur.
- 3) On donne la formule suivante :

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

- a) Dans le cas particulier  $a = b$  donner, exprimer  $\cos 2a$  en fonction de  $\cos^2 a$  et  $\sin^2 a$ .
- b) Sachant que  $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$  démontrer que  $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$
- c) En transformant la relation précédente, exprimer  $\sin^2 a$  en fonction de  $\cos 2a$ .

#### **2<sup>e</sup> partie**

Soit  $f$  une fonction définie et continue sur l'intervalle  $[a; b]$ . On appelle la valeur efficace de la fonction  $f$  sur  $[a; b]$  le nombre  $U_{eff}$  tel que :

$$U_{eff}^2 = \frac{1}{(b-a)} \int_a^b f^2(x) dx$$

- 1) En utilisant la formule précédente et les formules établies dans la première partie, démontrer que pour une période ( c.a.d. sur  $[0; T]$  ) on a la relation:

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$

- 2) Application numérique:

Calculer  $U_{eff}$  si  $U_{max} = 8V$

- 3) Nommer les appareils permettant la mesure de ces deux valeurs.
- 4) Proposer un montage électrique permettant la vérification de cette relation.

### **C) CALCUL DE L'ÉNERGIE ET DE LA PUISSANCE:**

En général les ampèremètres et les voltmètres n'indiquent pas en courant alternatif les valeurs maximales car ces valeurs sont peu commodes.

Les valeurs indiquées doivent permettre le calcul des puissances par les mêmes opérations qu'en courant continu.

### **D) CAS D'UN RÉSISTOR**

Un résistor de valeur  $R$  est parcouru par un courant alternatif d'intensité  $i(t) = I_M \cos(\omega t)$ , dissipe un vers l'extérieur par effet joule une puissance que l'on doit calculer simplement par la relation valable en courant continu :  $P = RI^2$

Or la puissance dissipée est :  $P(t) = Ri^2(t)$

Raisonnant sur la grandeur énergie, on admet que l'énergie dissipée pendant une période  $T$  est donnée par la relation :

$$E = \int_0^T P(t) dt$$

1) Avant de faire le calcul de  $E$  :

- a) donner l'expression de  $E$  en fonction de  $R$  et  $I^2$
- b) donner l'expression de  $E$  en fonction de  $R$ ,  $I_M$ , et  $\cos \omega t$ .

2) En cherchant la formule adéquate, exprimer  $\cos^2(\omega t)$  en fonction de  $\cos(2\omega t)$ .

3) En intégrant l'expression de  $E$  définie en 1.b) , montrer que

$$E = \frac{1}{2} R I_M^2 T$$

4) Sachant que  $E = P.T$

5) Sachant que  $I_M = I \sqrt{2}$  montrer que  $P = RI^2$

6) Donner deux méthodes différentes permettant la mesure de  $P$ .

7) Réaliser ces deux montages et conclure.

## II) CAS D'UN DIPÔLE QUELCONQUE

Soit un dipôle D traversé par un courant alternatif  $i(t) = I_M \cos \omega t$ , dont la tension entre ses bornes est donnée par la relation  $u(t) = U_M \cos(\omega t + \varphi)$  où  $\varphi$  est le déphasage entre la tension et l'intensité aux bornes du dipôle. L'énergie dissipée dans ce dipôle pendant une période  $T$  est donnée par la formule :

$$E(t) = \int_0^T u(t) i(t) dt$$

- 1) Avant d'effectuer les calculs, donner l'expression de E en fonction de  $I_M$ ;  $U_M$ ;  $\cos(\omega t)$ ;  $\cos(\omega t + \varphi)$
- 2) Sachant que:  $\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) + \cos(a + b))$ ,  
exprimer le produit  $\cos \omega t \times \cos(\omega t + \varphi)$  en fonction de  $\cos(2\omega t)$  et  $\cos \varphi$
- 3) Donner l'expression de E en fonction de  $\cos(2\omega t)$  et  $\cos \varphi$
- 4) En intégrant donner l'expression de E.
- 5) Sachant que  $E = P.T$ , donner l'expression de P
- 6) Exprimer P en fonction de I et U.
- 7) Conclure.

Les 2 documents qui suivent sont distribués pendant le P.P.C.P. par le professeur d'électrotechnique.

### SOURCE DE TENSION SINUSOÏDALE

$$u(t) = U_{\max} \cdot \sin \omega t$$

*Tension sinusoïdale*  $\Rightarrow U_{\max} = 8 \text{ V} , f = 50 \text{ Hz}$

Pulsation:  $\omega = 2\pi f$

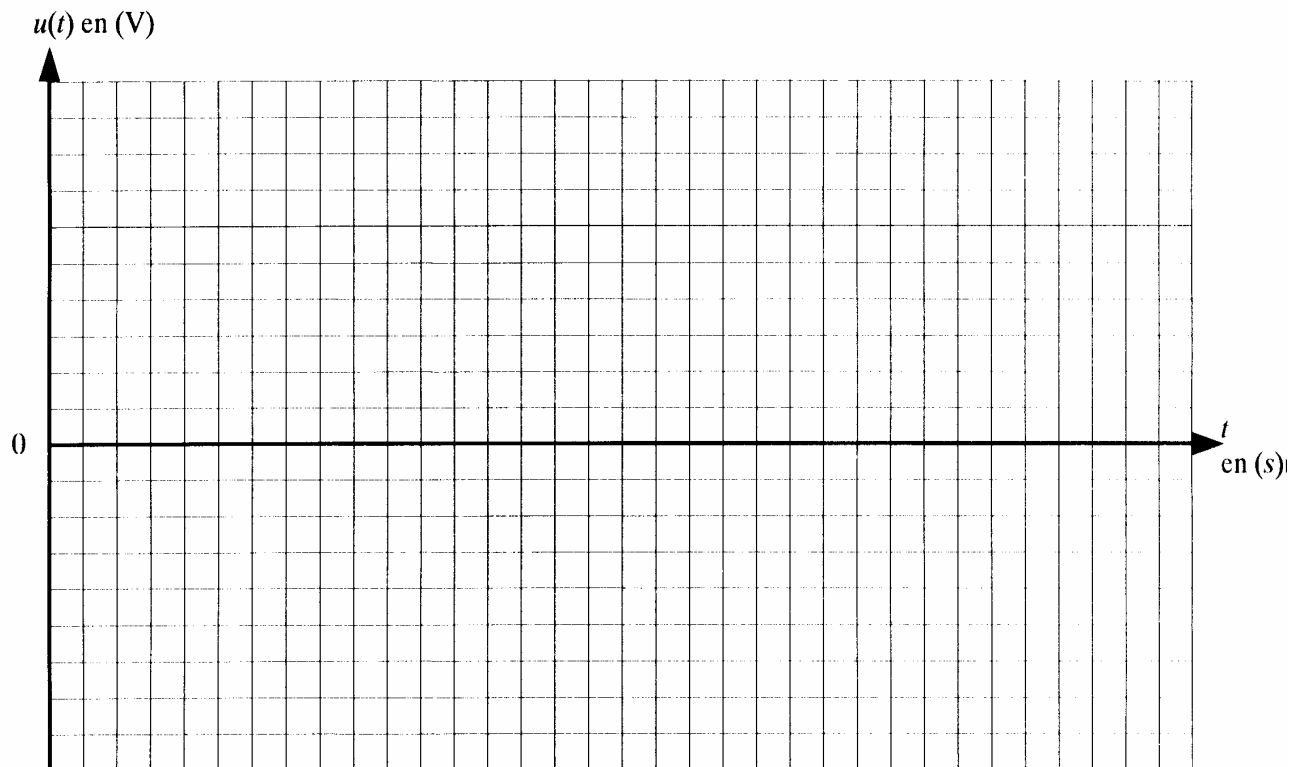
Tableaux de calculs:

<b>t(s)</b>	1.10 <sup>-3</sup>	2.10 <sup>-3</sup>	3.10 <sup>-3</sup>	4.10 <sup>-3</sup>	5.10 <sup>-3</sup>	6.10 <sup>-3</sup>	7.10 <sup>-3</sup>	8.10 <sup>-3</sup>	9.10 <sup>-3</sup>	10.10 <sup>-3</sup>	11.10 <sup>-3</sup>	12.10 <sup>-3</sup>	13.10 <sup>-3</sup>	14.10 <sup>-3</sup>	15.10 <sup>-3</sup>
sin $\omega t$	0,31														
u(t) en V	2,47														

<b>t(s)</b>	16.10 <sup>-3</sup>	17.10 <sup>-3</sup>	18.10 <sup>-3</sup>	19.10 <sup>-3</sup>	20.10 <sup>-3</sup>	21.10 <sup>-3</sup>	22.10 <sup>-3</sup>	23.10 <sup>-3</sup>	24.10 <sup>-3</sup>	25.10 <sup>-3</sup>	26.10 <sup>-3</sup>	27.10 <sup>-3</sup>	28.10 <sup>-3</sup>	29.10 <sup>-3</sup>	30.10 <sup>-3</sup>
sin $\omega t$	-0,95														
u(t) en V	-7,61														

Tracé de la caractéristique:  $u(t) = f(t)$

Echelles : 1V  $\rightarrow$  1 carreau    1 ms  $\rightarrow$  1 carreau

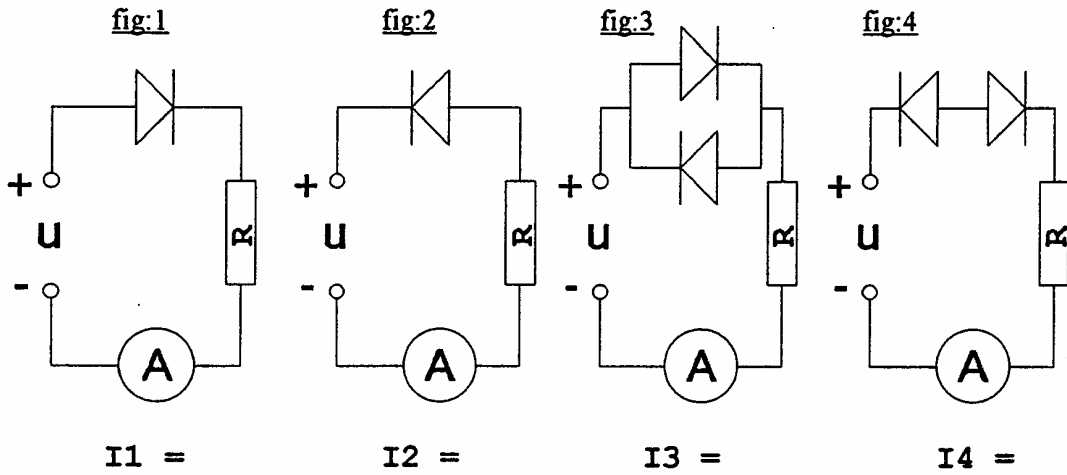


# LA DIODE

Les diodes sont supposées parfaites  $U_s = 0$  et  $R_d = 0$

**1. Comportement en courant continu**

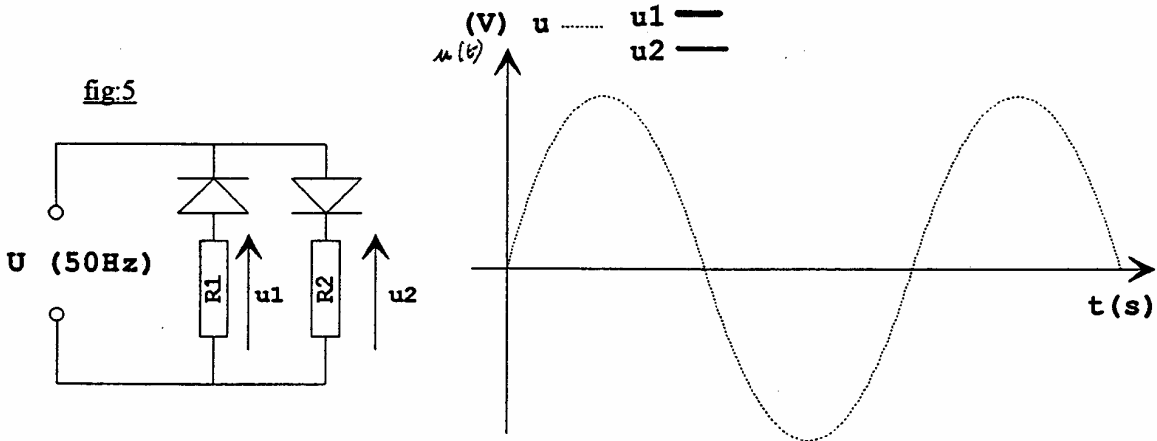
- Calculez et justifiez pour chaque montage la valeur de  $I$  : sachant que  $U = 24\text{ V}$  et  $R = 10\ \Omega$



( Surlignez dans chaque cas la ou les diodes parcourues par un courant )

**2. Comportement en courant alternatif :**

- Tracer les oscillogrammes correspondant à  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$



- Raccordez le pont de Graëtz à l'alimentation et à la charge  $R_{ch}$   
 « indiquez les polarités surlignez de la même couleur les diodes conduisant simultanément »

- Tracer l'oscillogramme correspondant à  $U_{Rch}(t)$

