

PYTHAGORE

MATHEMATIQUES
2 ETE B

LA CALCULATRICE ET LES TECHNIQUES OPÉRATOIRES SUR LA RELATION DE PYTHAGORE

OBJECTIFS DU DOSSIER

TECHNIQUE - MÉTHODOLOGIE - AUTONOMIE

En classe de BEP, la relation de Pythagore et ses dérivées représente un puissant moyen de calcul, souvent utilisé. Le but de ce dossier est d'amener l'élève:

- à découvrir et s'approprier les **techniques opératoires** liées à ces relations,
 - à apprendre à **formuler mathématiquement** les calculs réalisés, en **autonomie** et à son rythme.
- La progression des travaux répétitifs, qui sont effectués avec une calculatrice, permet aux élèves de se sécuriser sur les techniques opératoires. Ils peuvent ainsi mieux se concentrer sur les **aspects méthodologiques** des situations proposées.

DEROULEMENT DU DOSSIER

COMPTE-RENDU DES CONDITIONS DE PASSATION

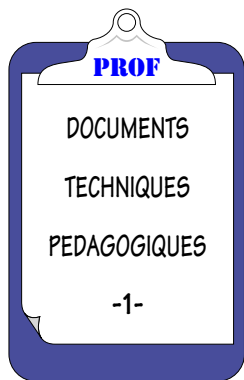
Ce dossier a été exécuté en **2 séances de 45 min** par des élèves de première année de BEP spécialité ETE-B.

C'est la première fois que les élèves ont été confronté à un ensemble de travaux conçus pour être **exécuté en toute autonomie**.

A l'expérience, on se rend compte que les élèves ne lisent pas les paragraphes de début de page qui donnent les objectifs de la fiche et les consignes de travail. Ils se précipitent sur l'exemple traité et font (avec succès, en général) les exercices similaires proposés.

Aussi, une feuille étant terminée par un élève, et avant d'aborder la suivante, il est souhaitable que le professeur s'assure que les travaux ont été correctement menés, afin que la suite soit construite sur des bases saines. C'est l'occasion pour l'enseignant de faire les commentaires individuels nécessaires à chaque élève.

Comme le travail demandé est très simple et fortement guidé, **les élèves ne sont pas confrontés à l'échec** (on rencontre tout au plus quelques anomalies au niveau de l'écriture et des arrondis). On met ainsi en œuvre une réelle **pédagogie de la réussite**, amplifiée par l'autonomie de l'élève.



PYTHAGORE

MATHEMATIQUES

2 ETE B

LA CALCULATRICE ET LES TECHNIQUES OPÉRATOIRES SUR LA RELATION DE PYTHAGORE

L'exploitation de ce dossier suppose que les notions numériques de carré et de racine carrée soient acquises, tant au plan théorique qu'au plan calculatoire (usage de la calculatrice).

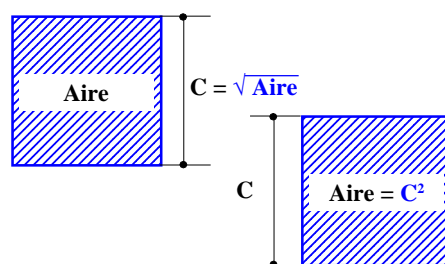
Les travaux proposés ont été exécutés en classe avec une calculatrice GRAPH 25 (CASIO), mais toute autre calculatrice ayant au moins deux lignes d'écriture et respectant totalement l'écriture algébrique pourra parfaitement convenir.

LE CARRE - SON COTE - SON AIRE

UN ASPECT GÉOMÉTRIQUE DU CARRÉ ET DE LA RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE

L'objet de ce dossier est l'utilisation de la relation de Pythagore, sur un triangle rectangle. Il est donc important, à toute étape de l'apprentissage, de faire le lien entre le calcul et l'aspect géométrique qui le concerne. Ici, les travaux réalisés sur le carré et son aire, ne peuvent que participer à la consolidation des notions vues antérieurement et en donner un exemple "d'utilité" (c'est une réponse au sempiternel "à quoi ça sert!").

Les exercices 1.1 et 1.2 développent le calcul de l'aire, connaissant le côté, et réciproquement. On pourra utilement rappeler les éléments suivants:



L'exercice 1.3 permet:

- d'une part, de développer les enjeux des exercices précédents,
- d'autre part, d'obliger l'élève à un balayage oculaire des données "dessin-texte", afin d'en extraire l'information lui permettant d'effectuer le travail demandé.

Ce travail débouche sur une acceptation implicite du concept de fonction et de fonction réciproque.

TROIS NOMBRES ENTIERS PARTICULIERS

MISE EN PLACE D'UN ALGORITHME DE CALCUL

Cet ensemble de travaux conduit à la mise en place d'une "séquence calculatrice" qui sera la réponse au développement numérique de la relation de Pythagore.

Il faut bien noter que l'objectif de cette fiche de travail est d'installer un algorithme opératoire. C'est pourquoi, comme l'indique le titre, nous ne proposons que des triplets d'entiers, afin d'évacuer les problèmes relatifs aux nombres eux-mêmes.

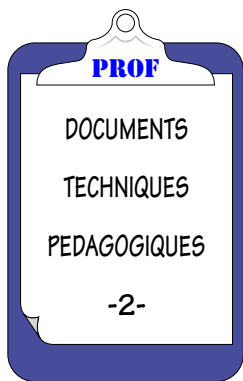
L'exercice 2.1 développe les différentes opérations (isolées) intervenant dans l'algorithme.

L'exercice 2.2 propose un premier chaînage opératoire, permettant la comparaison d'un carré à la somme de deux autres carrés.

L'exercice 2.3 réinvestit la notion mise en œuvre dans les exercices 2.3. C'est un passage délicat qui ne pose pas de problème, du fait de l'observation des résultats numériques et de la comparaison avec les travaux de l'exercice 2.2.

A ce stade du développement, on pourra résumer l'algorithme de calcul comme suit:

$$\sqrt{(\square^2 + \square^2)}$$



LA CALCULATRICE ET LES TECHNIQUES OPÉRATOIRES SUR LA RELATION DE PYTHAGORE

LA RELATION DE PYTHAGORE

UNE APPROCHE DE LA RELATION DE PYTHAGORE

Le développement géométrique exposé en première partie, amène à la relation qui fut l'objet de la fiche 2. Ici encore, les travaux de la fiche précédente trouvent leur utilité dans un cadre géométrique.

Le choix, qui consiste à amener la

relation de Pythagore par les carrés construits autour du triangle rectangle, est cohérent avec les situations précédentes de travail. Toute autre approche nécessiterait de repenser ces travaux préliminaires.

Dans cette présentation, comme dans une autre, il resterait à démontrer que ce qui est avancé est vrai; mais cela sort du cadre de notre propos. Nous rappelons que, dans ce dossier, nous traitons uniquement les aspect techniques.

TRANSFERT, CALCUL, CONCLUSION

L'exercice 3.1 met tout de suite l'accent sur l'aspect «réciproque» de la relation.

C'est un moyen de retrouver les savoir-faire de l'exercice 2.3.

En effet, l'algorithme de calcul mis en jeu est le même. L'évolution se fait en amont et en aval.

En amont, l'élève participe à une activité de transfert. Les données (les longueurs des côtés) ne sont plus linéairement disposées. Il faut balayer la figure, pour trouver les informations.

En aval, l'élève doit comparer et

interpréter, pour formuler une conclusion. On passe du simple constat (de l'exercice 2.3) à une courte analyse induisant un diagnostic.

La difficulté calculatoire étant levée, par les travaux précédents, l'élève peut entièrement se consacrer à ces aspects nouveaux.

TRIANGLE RECTANGLE: Calcul de l'Hypoténuse

UNE AUTRE FORME DE LA RELATION DE PYTHAGORE

C'est le moment de revenir sur l'algorithme établi en fiche n°2, afin de mettre l'accent sur la similitude existant entre la séquence calculatrice et l'écriture mathématique.

Nous avons fait le choix d'explicitier la parenthèse liée à l'utilisation du radical, pour deux raisons:

1- La similitude de l'écriture mathématique et de l'écriture calculatrice est évidente.

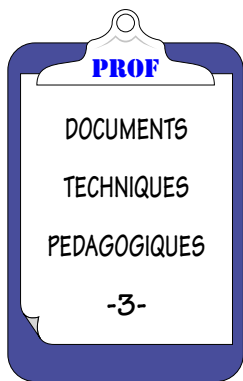
2- La désignation de l'expression, dont on doit extraire la racine carrée, ne dépend pas de la longueur d'un trait (dont les élèves font bien souvent peu de cas).

Nous avons choisi d'écrire:

$$H = \sqrt{(X^2 + Y^2)}$$

plutôt que d'écrire:

$$H = \sqrt{X^2 + Y^2}$$



LA CALCULATRICE ET LES TECHNIQUES OPÉRATOIRES SUR LA RELATION DE PYTHAGORE

TRIANGLE RECTANGLE: Calcul de l'Hypoténuse

TECHNIQUE DE CALCUL

L'exercice 4.1 reprend la démarche du 3.1. L'aspect diagnostique n'existe plus. L'accent est mis sur la rigueur de l'écriture mathématique. L'activité de transfert est maintenue. Les exercices présentés restent de type numérique entier.

C'est de l'analyse des différences et des ressemblances que la conviction se forge, que la compréhension se fait.

L'exercice 5.1 présente la même structure que celle rencontrée dans 4.1 :

- Activité de transfert de la figure vers la relation littérale .
- Respect de l'écriture mathématique littérale puis numérique.
- Réalisation de la séquence de calcul.

Le "résultat" donné par la calculatrice n'étant pas entier, il faut l'arrondir convenablement. C'est évidemment le thème central de cette

fiche.

Ce travail n'a pas de lien particulier avec la mise en œuvre de la relation de Pythagore; il concerne tout résultat (non entier) obtenu à l'affichage. On soulèvera ce problème à chaque fois qu'il sera nécessaire. Il est indispensable qu'à terme l'élève prenne conscience qu'une grande quantité de chiffres n'est pas synonyme de meilleure précision, que tout nombre exprimant une mesure doit être relativisé.

TRIANGLE RECTANGLE: Calcul d'un côté de l'angle droit

LA DIFFÉRENCE N'EST PAS FAITE DANS LE BON ORDRE DES TERMES

Bien situer le problème de la "racine carrée d'un nombre négatif". L'élève rencontrera cette situation lors d'une mauvaise écriture de la relation littérale (inversion des ter-

mes de la différence des carrés). Ce refus de la calculatrice doit apparaître comme l'indicateur d'une erreur de formulation, ou d'un mauvais transfert de valeurs dans la

formule.

Sans trace écrite, on pourra réaliser un ou deux exemples "d'erreur à ne pas faire".

TRANSFORMATION DE LA RELATION DE PYTHAGORE

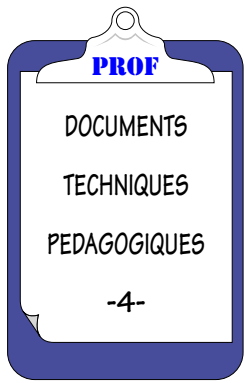
La transformation de relations est toujours une phase délicate pour les élèves.

Dans cette partie théorique, nous avons choisi de donner les deux relations dérivées de Pythagore.

Cette démarche permet de mettre l'accent sur le rôle symétrique de X et de Y.

On pourra utilement résumer cet aspect par la relation explicite ci-dessous.

$$\text{côté inconnu} = \sqrt{\text{hypoténuse}^2 - \text{côté connu}^2}$$



LA CALCULATRICE ET LES TECHNIQUES OPÉRATOIRES SUR LA RELATION DE PYTHAGORE

TRIANGLE RECTANGLE: Calcul d'un côté de l'angle droit

TECHNIQUE DE CALCUL

L'exercice 6.1 propose les activités suivantes:

- Décodage de la figure: reconnaissance des éléments connus et du côté à calculer.

- Choix de la relation littérale pertinente.

- Transfert de la figure vers la relation littérale, avec respect de l'écriture mathématique numérique.

- Réalisation de la séquence de calcul.

- Choix d'un arrondi convenable.

EVALUATION DES ACQUIS

ANALYSE DES ENJEUX ET CRITÈRES DE RÉUSSITE

Les exercices 7.1, 7.2 et 7.3:

Ils apparaissent sous la même présentation que ceux proposés en 5.1 et 6.1. L'élève n'aura cependant pas à inscrire les touches sur lesquelles il agit pour obtenir le résultat.

Les exercices 7.4, 7.5 et 7.6:

Le cadre conducteur est très réduit (hormis la dénomination des côtés et les plages de réponses). On pourra accepter les seules écritures de la relation littérale et de la relation numérique, les phrases n'étant plus indispensables à ce stade.

Les exercices 7.7, 7.8 et 7.9:

Les côtés ne sont plus nommés et aucun cadre conducteur n'est proposé. L'élève pourra donc choisir les lettres qui lui conviennent, sauf peut-être H pour l'hypoténuse.

L'ensemble des exercices propose 3 calculs de l'hypoténuse et 6 calculs d'un côté de l'angle droit. L'évaluation sera considérée comme réussie si:

- les 3 calculs de l'hypoténuse sont réussis,

- 4 calculs d'un côté de l'angle

droit (sur 6) sont réussis.

En cas d'échec à cette évaluation sommative, on analysera les causes d'erreurs par rapport aux points suivants:

- Le décodage de la figure.

- La relation littérale.

- La relation numérique.

- La séquence calculatrice.

- L'arrondi du résultat.

On pourra alors proposer des exercices de même type que ceux des fiches correspondantes, pour assurer une mise à niveau.