EXEMPLE D'UNE SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT S'APPUYANT SUR UNE SITUATION PROFESSIONNELLE

Document établi par l'Académie de Crétéil

Hypothèse de travail : niveau CAP Menuisier Charpentier, BEP BMA ou technique du toit

Prérequis :

- les droites parallèles , les droites perpendiculaires. La propriété de Thalès
- les propriétés géométriques du triangle rectangle et la propriété de Pythagore

Objectif : Définir et utiliser les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle afin de déterminer des angles.

Durée prévue : 6 à 8 heures

PHASE DE MOTIVATION :

Analyse du questionnaire guide (document 1) rapporté par l'apprenti sur la fabrication d'un élément de la ferme d'une charpente

Cette phase de restitution doit permettre :

- à l'apprenti de " raconter " à ses collègues les différentes phases du travail qu'il a mené
- au professeur de transformer la situation professionnelle en situation mathématique en proposant une analyse simplifiée de la ferme et un questionnaire approprié privilégiant la capacité d'analyse (document 2) :
  - > en inventoriant les informations
  - > en traduisant les informations
  - > en organisant les informations

Cette phase conduit :

- à réinvestir sur les propriétés du triangle rectangle, en particulier sur la reconnaissance des différents côtés et le positionnement respectif des côtés opposé ou adjacent à l'hypoténuse.
- à mettre en évidence le problème à résoudre. Calculer les angles α_1 ,α_2 ,β_1 et β_2 .

PHASE DE FORMATION :

Définition des lignes trigonométriques dans un triangle rectangle:

- On pourra proposer une méthodologie pour la résolution d'un exercice de trigonométrie.
Exemple d'activité :
voir document 3
- On insistera plus particulièrement sur la reconnaissance de la ligne trigonométrique à utiliser en fonction des informations données.
Exemple d'activité: voir document 4

PHASE D'EXPÉRIMENTATION ET D'APPROFONDISSEMENT :

1/ Applications sur des cas simples (triangles isolés).
Exemple d'activité :
voir document 5

2/ Approfondissement sur de petits problèmes de trigonométrie de la vie courante ou professionnelle, que l'on peut tirer des manuels scolaires.

PHASE DE RETOUR SUR LA SITUATION PROFESSIONNELLE :

Résolution de la situation problème proposée par la demi ferme:
Calculer, arrondis au centième :

- les longueurs BC, BD et AH
- les angles α_1 ,α_2 ,β_1 et β_2 .

PHASE D'ÉVALUATION :

On pourra proposer des extraits de sujets d'examen afin de montrer les exigences minimales.

QUESTIONNAIRE GUIDE POUR L'APPRENTI MENUISIER CHARPENTIER

SITUATION TECHNOLOGIQUE ETUDIEE: La Ferme d'une charpente

1/ Sélectionner, avec votre maître d'apprentissage un élément de la ferme de charpente pour laquelle vous avez participé à sa fabrication. Rapporter un extrait du plan la décrivant.

2/ A quel système de fabrication se rapporte -t-elle ? Utiliser , si nécessaire le document fourni en technologie (document 1).

- Combien y a-t-il de barres, de noeuds d'assemblages ?
- La ferme fabriquée vous paraît-elle conforme aux règles générales de fabrication (nombre de barres, rapport limite,...) ? Sinon, quels arguments ont été énoncés par votre maître d'apprentissage pour justifier la construction de cette ferme ?

3/ S'informer des raisons des choix retenus quant à :

- la nature des matériaux utilisés.
- la sections des madriers ou bastings utilisés

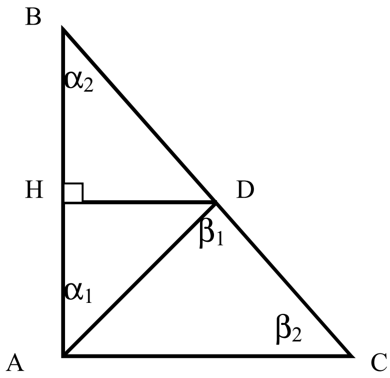
(des règles ou des formules sont elles utilisées pour déterminer ces sections, si oui lesquelles ?)

4/ Rapporter la feuille de débit. Rendre compte, à partir du plan, de la méthode utilisée pour calculer la longueur maximum à utiliser dans le débit des madriers ?
Se renseigner de la manière dont sont calculés les volumes de bois utilisés et du coût de fabrication de la ferme.

Document 2

Ferme de Charpente

Énoncé de la situation mathématique:



Sur la figure ci-contre :

- le triangle ABC est rectangle en A
- les segments [AB] et [AC] ont pour longueur AB = 10 cm et AC = 6 cm
- le point D est milieu de [BC].

Il s'agit de calculer , arrondi au 1/100, les longueurs BC, BD, AH, ainsi que les mesures des angles α_1, α_2, β_1, et β_2.

Le tableau suivant donne quelques exercices pouvant aider les élèves à analyser la situation proposée

Aide	Exemples de questions	Réponses attendues	Compétences développées
N°1	Quelle information permet d'affirmer que les longueurs BD et DC sont égales ?	D est le milieu de [BC]	Traduire des informations
N°2	Quelles informations permettent d'affirmer que les longueurs AD et BD sont égales ?	Le triangle ABC est rectangle en A	Organiser des informations
N°3	Ecrire la relation de Pythagore pour le triangle rectangle ABC. Remplacer dans la relation obtenue les longueurs connues par leur valeur.	BC_ = AB_ + AC_ BC_ = 10_ + 6_	Organiser l'information : -comparer à un modèle connu - remplacer dans une formule.
N°4	Faire l'inventaire de tous les triangles rectangles de la figure et indiquer pour chacun l'angle droit.	ABC rectangle en A BHD rectangle en H AHD rectangle en H	Inventorier les informations.
N°5	Situer chaque élément demandé de la figure dans un des triangles rectangles de celle-ci, lorsque c'est possible (ex : BC hypoténuse de ABC)	[BC] hypoténuse de ABC [BD] hypoténuse de BHD [AH] côté de l'angle droit de AHD [DH] côté de l'angle droit de AHD α_1 angle aigu de AHD α_2 angle aigu de BHD ou de ABC β_1 angle aigu de ABC β_2 n'est pas un angle d'un triangle rectangle	Inventorier des informations (extraire données et questions) Organiser des informations (extraire et isoler un sous ensemble)
N°6	Quels sont les angles égaux de la figure ? (on les nommera à l 'aide des symboles de la figure ou à défaut par les côtés qui les définissent. Ex : [DB,DH]. Justifier sa réponse.	$\alpha_1 = \alpha_2$ car ADB isocèle [DB,DH] = [DH,DA] car [HD] est à la fois hauteur et bissectrice [AD,AC] = β_2 car ADC isocèle [DB,DH] = β_2 ,angles correspondants	Traduire des informations (passer d'une figure à une écriture mathématique)
N°7	En utilisant la propriété de Thalès, montrer que le point H est le milieu de [AB].	(HD) // (AC), D milieu de [BC] et la propriété de Thalès font que H est milieu de [AB].	Organiser des informations (comparer la solution à un modèle connu)

Document 3

TRIGONOMÉTRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

Mise en place d'une méthode de résolution

Exemple :

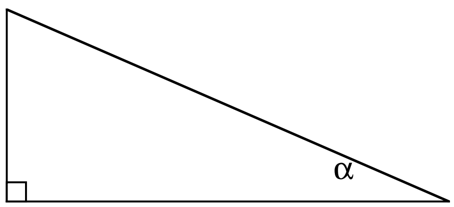
Soit un triangle rectangle MRP rectangle en M.
On donne : MR = 45 m, mes[RM,RP] = 65°
Déterminer la mesure du côté [RP].

Démarche proposée :

1- Dessiner un triangle rectangle (pas à l'échelle).
2- Placer le sommet correspondant à l'angle droit.
3- Placer (indifféremment) les deux autres sommets.
4- Placer l'angle indiqué dans l'exercice au sommet correspondant.
5- Placer sur le dessin les expressions : hypoténuse, côté adjacent et côté opposé.
6- Reconnaître le nom des côtés intervenant dans l'exercice.
7- Choisir la relation trigonométrique en conséquence.
8- Écrire la relation trigonométrique et remplacer les côtés par les lettres qui les désignent.
9- Remplacer les côtés et les angles connus par leur mesure.
10- Résoudre l'équation ainsi obtenue.
11- Évaluer la vraisemblance du résultat (hypoténuse plus grand côté, unité correcte)

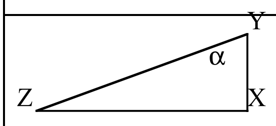
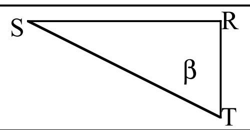
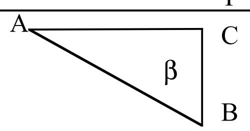
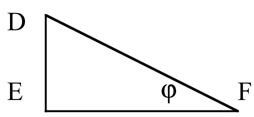
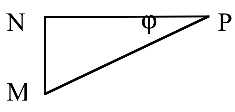
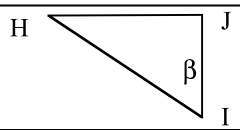
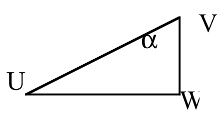
Document 4
RECONNAITRE LA RELATION TRIGONOMÉTRIQUE à UTILISER DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

Méthode :



On donne deux des mesures suivantes, On demande de calculer le troisième	Ligne trigonométrique utilisée
α angle aigu côté opposé à α hypoténuse	**sinus**
α angle aigu côté adjacent à α hypoténuse	**cosinus**
α angle aigu côté opposé à α côté adjacent à α	**tangente**

Pour chacun des exercices suivants, compléter le tableau ci-dessous :

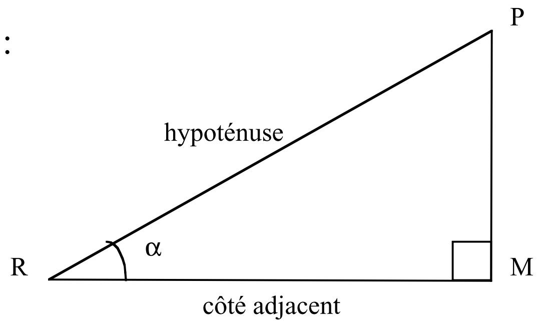
Exercice	On donne et on cherche	On reconnaît	On utilise la ligne trigonométrique
	YZ = 10 cm α = 40° XY = ?	[YZ] ⟶ hypoténuse [XY] ⟶ côté adjacent	**cosinus**
	RT = 8m β =85° RS = ?		
	AC = 12 mm β = 80° AB = ?		
	DE = 8km φ = 15° DF = ?		
	NM = 1,5m α = 72° NP = ?		
	IJ = 16 cm IH = 20 cm β = ?		
	VW = 12m UV = 16m α = ?		

Document 5 :
Applications sur des cas simples

Exemple :

Soit un triangle rectangle MRP rectangle en M.
On donne : MR = 45 m, mes[RM,RP] = 65°
Déterminer la mesure du côté [RP].

Dessin :



Éléments connus : le côté adjacent et l'hypoténuse.
Nous utiliserons le cosinus de l'angle α

$$\cos\alpha = \frac{côtéadjacent}{hypoténuse} = \frac{MR}{RP}$$

$$\cos\alpha = \frac{45}{RP} = 0{,}42$$

$$RP = \frac{45}{0{,}42} = 107{,}14m$$

Résoudre et rédiger les exercices suivants :

1- Soit un triangle ABC rectangle en A.
mes(C) = 40° et BC = 10 cm.
Calculer AC et AB.

2- Soit un triangle ABC rectangle en A.
mes(B) = 40° et AB = 5m.
Calculer AC et BC.

3- Soit un triangle ABC rectangle en A.
mes(B) = 30° et BC = 40mm.
Calculer AC et AB.

4- Soit un triangle ABC rectangle en A.
mes(B) = 37° et BC = 3,5km.
Calculer AC et AB.

5- Soit un triangle ABC rectangle en A.
AB = 6cm et AC = 3 cm.
Calculer mes(A) et BC.

6- Soit un triangle ABC rectangle en A.
AB = 2m et AC = 0,8m.
Calculer mes(B) et BC.